



A: XXXIX-0000

## ANÁLISE DINÂMICA DE PÓRTICO PLANO SUBMETIDO À EXCITAÇÃO SÍSMICA

### DYNAMIC ANALYSIS OF A PLANE FRAME UNDER SEISMIC EXCITATION

Patrick O. B. Costa (A) (1); Daniele K. Monteiro (A) (1); Lucas A. Aguiar (1); Marcos B. Guimarães (1); Carlos A. M. M. Colombo (1)

(1) Mestrando(a), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Brasil.

Endereço para correspondência: ecivilpatrick@yahoo.com; danielkaucz@hotmail.com; (A) apresentador

**Área temática:** Danos estruturais. Efeitos de sismos, impactos, incêndios e outros acidentes.

#### Resumo

Ao passo que a demanda por construções mais leves e esbeltas aumentam gradativamente, os efeitos gerados pelas excitações dinâmicas (pessoas, tráfego de veículos, vento e terremotos) são amplificados, sendo capaz de levar a estrutura a ruína. Diante disso, a análise dinâmica se torna crucial para melhor compreensão do comportamento e das respostas da estrutura. Esse trabalho apresenta como objetivo a realização da análise dinâmica de um pórtico plano submetido à excitação sísmica em dois cenários distintos, em que o primeiro se trata de um sismo real, e o segundo de um sismo artificial obtido pelo espectro de potência proposto por Kanai-Tajimi na situação de ressonância. Através do desenvolvimento de uma rotina computacional na linguagem Python, realizou-se a análise modal da estrutura validando-se as frequências naturais e modos de vibração por meio do software de elementos finitos Abaqus®. A equação do movimento para múltiplos graus de liberdade foi resolvida de forma acoplada por meio do método implícito de integração direta, i.e., Newmark. Desse modo, obteve-se as respostas da estrutura em deslocamento, velocidade e aceleração, sendo atingido os maiores valores no cenário de ressonância, conforme o esperado.

*Palavras-chave: análise dinâmica, excitação sísmica, método de Newmark.*

#### Abstract

As the demand for lighter and slimmer buildings gradually increases, the effects generated by dynamic excitations (people, vehicle traffic, wind, and earthquakes) are amplified and can lead the structure to fall into ruin. Therefore, dynamic analysis becomes crucial for a better understanding of the structure's behavior and responses. This work presents as aim the dynamic analysis of a plane frame subjected to seismic excitation in two different scenarios, where the first is a real earthquake, and the second is an artificial earthquake obtained by the power spectrum proposed by Kanai-Tajimi in the resonance situation. Through the development of a computational routine in Python language, the modal analysis of the structure was performed, validating the natural frequencies and vibration modes through the finite element software Abaqus®. The equation of motion for multiple degrees of freedom was solved in coupled form by means of the implicit method of direct integration, i.e., Newmark. Thus, the responses of the structure in displacement, velocity and acceleration were obtained, being reached the highest values in the resonance scenario, as expected.

*Keywords: dynamic analysis, seismic excitation, Newmark method.*



## 1. INTRODUÇÃO

A projeção e a construção de edificações devem estar intrinsecamente relacionadas à prévia análise e avaliação dinâmica das estruturas, que podem sofrer graves avarias quando submetidas a certas condições, sejam elas provocadas por causas naturais ou devido a ações humanas. Fatores como frequência e tipo de carregamento possibilitam intensificar a propagação de falhas em estruturas. Isso é seriamente agravado quando se analisam localidades comumente afetadas por abalos sísmicos. Tendo em vista estarem situadas entre placas tectônicas, em que a tensão de cisalhamento nas placas supera a tensão devida ao atrito, o terremoto acontece, sendo que na maioria dos casos os terremotos ocorrem repetidamente ao longo de falhas pré-existentes (Miguel, 2005).

Mesmo com todos os avanços científicos e tecnológicos, a previsão exata da ocorrência e da intensidade de terremotos permanecem sendo um desafio complexo. Por isso, visando atenuar as graves consequências resultantes dos abalos sísmicos, sugere-se a utilização de simulações para auxiliar na previsão e, conseqüentemente, no controle das respostas dinâmicas de estruturas que forem expostas a esse tipo de excitação. Neste contexto, a elaboração de um projeto sismo-resistente pressupõe o estudo prévio das características do local em que a estrutura será construída, no qual se tenta reproduzir com a maior similaridade possível as condições daquela realidade. Com isso, no ambiente de simulação, submete-se a estrutura a um sinal sísmico artificial, com base no qual será possível testar e verificar seu comportamento dinâmico após ser exposta às características sísmicas equivalentes às da localidade em que se pretende construir-la.

Embora algumas normas técnicas de projetos de estruturas resistentes a sismos, como a ASCE/SEI 7-16 e a NBR 15421:2016, permitam que a análise da estrutura seja realizada de forma estática equivalente, isso acaba gerando limitações ao estudo. Desse modo, a alternativa mais precisa é a realização da modelagem do movimento do solo, que segundo Elnashai e Sarno (2008) pode ser representada de diversas maneiras. As formas mais comuns são pelo uso de espectros de potência ou de históricos-tempo de terremotos.

Assim, esse trabalho objetiva avaliar uma edificação metálica de dez pavimentos, submetendo-a a uma excitação sísmica, com o intuito de analisar o comportamento e a resposta dinâmica da estrutura. Para fins de comparação, utilizou-se um sinal sísmico real e um artificial, sendo este determinado pelo espectro de potência de Kanai-Tajimi.

## 2. EQUAÇÃO DE MOVIMENTO E MÉTODO DE INTEGRAÇÃO DE NEWMARK

O modelo matemático que evidencia o comportamento dinâmico de um sistema é representado pela equação de movimento de sistemas com  $n$  graus de liberdade, dada pela Equação 1.

$$M\ddot{\vec{x}} + C\dot{\vec{x}} + K\vec{x} = \vec{F} \quad 1$$

Essa formulação mostra a relação entre a matriz de rigidez ( $K$ ), matriz de amortecimento ( $C$ ), matriz de massa ( $M$ ) e os vetores de respostas da estrutura (deslocamento  $\vec{x}$ , velocidade  $\dot{\vec{x}}$  e aceleração  $\ddot{\vec{x}}$ ) para um determinado vetor de excitação ( $\vec{F}$ ).

De modo a minimizar o esforço computacional necessário para o processamento da resolução do problema, os métodos de integração direta surgem como alternativas para a solução de equações diferenciais de movimento. Esses não exigem a determinação precedente das frequências naturais e dos modos de vibração da estrutura, por isso são considerados métodos diretos (Groehs, 2012). Dessa maneira, o presente trabalho emprega o Método de Integração de



Newmark para definir a resposta dinâmica da estrutura proposta quando submetida à excitação sísmica, considerando o desenvolvimento da rotina computacional em linguagem de programação Python.

Para se empregar o método de Newmark, adota-se como pré-requisito que os valores de deslocamento e de velocidade em  $t = 0$  são conhecidos. Com isso, tornar-se possível calcular a aceleração inicial, conforme indica a Equação 2.

$$\ddot{x}(t_0) = M^{-1}[F(t_0) - C \dot{x}(t_0) - K z(t_0)] \quad 2$$

Definindo os valores de deslocamento, de velocidade e de aceleração inicial, viabiliza-se a solução da equação diferencial de movimento, no intervalo de  $t = 0$  a  $t = T$ , em que  $T$  indica a duração de tempo. Desse modo, as expressões para os cálculos de deslocamentos, velocidades e acelerações serão representadas pelas Equações de 3 a 7.

$$x(t_{i+1}) = D\{F(t_{i+1}) + M[a_0 z(t_i) + a_1 \dot{x}(t_i) + a_2 \ddot{x}(t_i)] + C[a_3 z(t_i) + a_4 \dot{x}(t_i) + a_5 \ddot{x}(t_i)]\} \quad 3$$

$$D = (a_0 M + a_3 C + K)^{-1} \quad 4$$

$$\dot{x}(t_{i+1}) = a_3[x(t_{i+1}) - x(t_i)] - a_4 \dot{x}(t_i) - a_5 \ddot{x}(t_i) \quad 5$$

$$\ddot{x}(t_{i+1}) = a_0[x(t_{i+1}) - x(t_i)] - a_1 \dot{x}(t_i) - a_2 \ddot{x}(t_i) \quad 6$$

Em que:

$$a_0 = \frac{1}{\beta \Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{1}{\beta \Delta t}; \quad a_2 = \frac{1}{2\beta} - 1; \quad a_3 = \frac{\gamma}{\beta \Delta t}; \quad a_4 = \frac{\gamma}{\beta} - 1; \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\gamma}{\beta} - 2 \right) \quad 7$$

O Método de Newmark foi escolhido, tendo em vista a sua efetividade e a sua fácil empregabilidade. Para isso, são utilizados, como base, os valores de 0,5 e 0,25 para  $\gamma$  e  $\beta$ , com o objetivo de se alcançar tanto a estabilidade numérica quanto a precisão da solução e um valor de aceleração média (constante) em cada espaçamento de tempo (Soriano, 2014).

### 3. EXCITAÇÃO DINÂMICA

A excitação dinâmica atuando na estrutura proposta deste trabalho é o sismo em dois cenários distintos. O primeiro cenário trata-se de um sismo real popularmente conhecido no ramo da engenharia sísmica, i.e., o terremoto no Vale Imperial (El Centro) que ocorreu em 18 de maio de 1940 no sudeste da Califórnia, com aceleração de pico no solo de 0,348g. O registro histórico-tempo da componente norte-sul (Vibration Date) é apresentado na Figura 1.

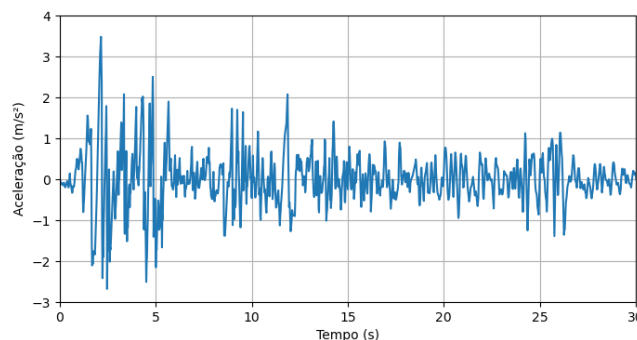


Figura 1. Acelerograma da componente Norte-Sul do sismo El Centro (Vibration Date)



O segundo cenário refere-se ao sismo artificial em situação de ressonância gerado por meio de uma função de densidade espectral de potência proposta por Kanai (1961) e Tajimi (1960). Esse espectro de potência  $S_g(\omega)$ , expresso pela Equação 8, considera o parâmetro de amortecimento crítico do solo  $\zeta_g = 0,6$ , estimado por Hoang et al. (2008); a frequência dominante do solo  $\omega_g$  igual a frequência fundamental da estrutura; e a intensidade do espectro  $S_0$ . Destaca-se que  $A_p$  é o pico da aceleração máxima do solo e  $P_g$  representa o fator de pico adotado como 3.

$$S_g(\omega) = S_0 \left[ \frac{1 + 4\zeta_g^2 \left( \frac{\omega}{\omega_g} \right)^2}{\left( 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_g} \right)^2 \right)^2 + 4\zeta_g^2 \left( \frac{\omega}{\omega_g} \right)^2} \right]; \quad S_0 = \frac{A_p^2}{P_g^2 \left[ \pi\omega_g \left( \frac{1}{2\zeta_g} + 2\zeta_g \right) \right]} \quad 8$$

A transformação da excitação no domínio da frequência para o domínio do tempo é realizada através do método de Shinozuka e Jan (1972), conforme indica a Equação 9, em que  $N_\omega$  representa o somatório do número de intervalos da banda de frequências, que depende de um ângulo fase aleatório  $\phi_j$  dentro do intervalo de 0 a  $2\pi$ , e do incremento das frequências  $\Delta\omega$  ao longo do período do sismo ( $t$ ).

$$\ddot{y}(t) = \sqrt{2} \sum_{j=0}^{N_\omega} \sqrt{S(\omega_j) \Delta\omega} \cos(\omega_j t + \phi_j) \quad 9$$

Ademais, buscando deixar os dados de aceleração gerados artificialmente mais realistas, empregou-se uma função envelope desenvolvida por Bolotin (1960) e adaptada por Ghasemi e Ashtari (2014), tornando o sinal no domínio do tempo não estacionário. O espectro de Kanai-Tajimi e o acelerograma artificial não estacionário em situação de ressonância são apresentados na Figura 2.

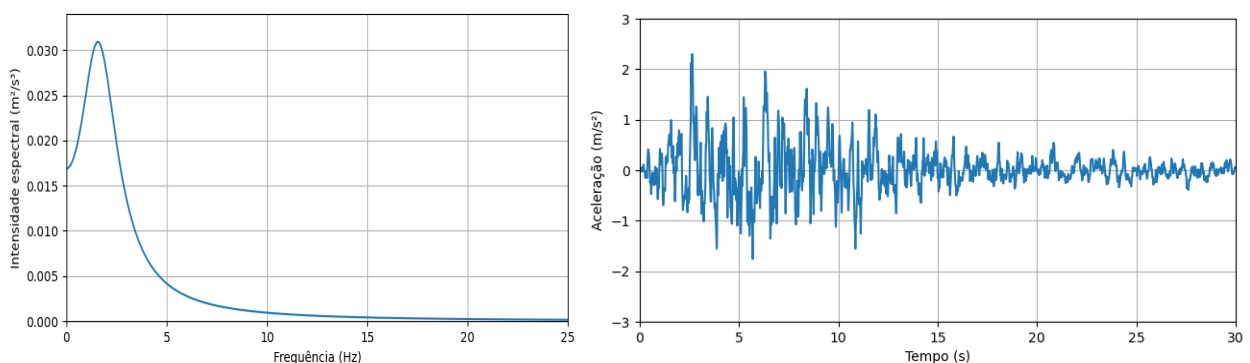


Figura 2. Espectro de Potência de Kanai-Tajimi e acelerograma não estacionário

#### 4. ESTRUTURA PROPOSTA

A estrutura proposta para a realização da análise dinâmica é um edifício de 10 pavimentos modelado por Brandão (2021) e suas principais características estão ilustradas na Figura 3. Os perfis de aço possuem as seguintes propriedades:  $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $\rho = 7850 \text{ Kg/m}^3$  e  $\nu = 0,30$ .

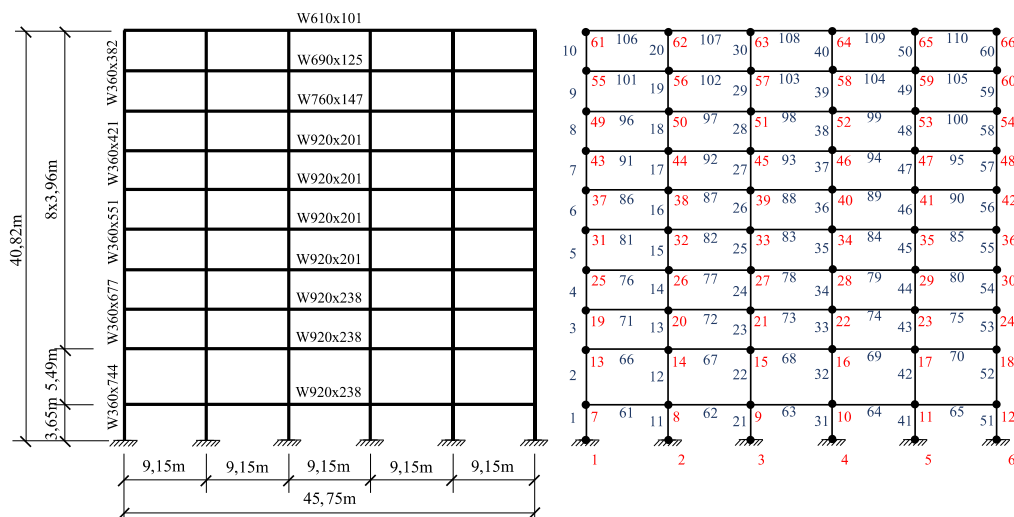


Figura 3. Dimensões da estrutura e numeração dos nós e elementos (BRANDÃO, 2021)

Nesse trabalho, considerou-se para matriz de rigidez a formulação de barras de pórtico plano, e a matriz de massa foi determinada de modo consistente através da formulação do método dos elementos finitos proposta por Soriano (2014), levando em consideração todos os graus de liberdade envolvidos. Já a matriz de amortecimento baseou-se na proposta de Rayleigh, adotando o valor de 1% para a razão de amortecimento crítico ( $\zeta$ ) dos dois primeiros modos de vibração.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com base nas características e critérios estabelecidos para a modelagem da estrutura, empregou-se uma rotina computacional em linguagem Python para realizar a análise dinâmica do pórtico. De início foi executada a análise modal e foram verificadas as frequências naturais, conforme Tabela 2. Os resultados foram validados pelo *software* Abaqus e pelos valores encontrados por Brandão (2021) em sua pesquisa.

Tabela 1. Frequências naturais [Hz]

Modos	Código Python	Brandão (2021)	Software Abaqus
1	2,4744	2,4745	2,4745
2	6,4296	6,4281	6,4290
3	10,8540	10,8511	10,8600
4	16,5187	16,5138	16,5180
5	22,6462	22,6422	22,5630
6	26,9282	26,9282	26,2210
7	27,959	27,9586	27,2160
8	28,6271	28,6196	28,4510
9	29,6890	29,6882	28,9120
10	31,9931	31,9920	31,2620

De forma a avaliar a resposta dinâmica da estrutura quando submetida a uma excitação sísmica foram analisadas as respostas em deslocamento, velocidade e aceleração em dois cenários distintos. Um dos critérios mais empregados para obter a resposta dinâmica consiste na verificação dos deslocamentos relativos (*story drift*) dos pavimentos da edificação ( $\Delta_x$ ). Este conceito corresponde à diferença entre os deslocamentos absolutos nos centros de massa ( $\delta_x$ ) nas elevações acima e abaixo do referido pavimento, conforme NBR 15421 (ABNT, 2006). A Equação 10 define



um valor limite para este deslocamento e seu resultado está condicionado à categoria de utilização da estrutura e à distância entre as duas elevações correspondentes ao pavimento analisado ( $h_{sx}$ ).

$$\Delta_x = 0,020 h_{sx} \quad 10$$

A estrutura utilizada se enquadra na categoria I, com fator  $I = 1,0$ . Portanto, através da Equação 10, obteve-se os valores limites para o deslocamento relativo de cada pavimento avaliado conforme seu respectivo pé-direito. Os valores limites encontrados foram 7,30 cm, 10,98 cm e 7,92 cm, para os valores de pé-direito 3,65 m, 5,49 m e 3,96 m, respectivamente. Estes resultados foram empregados para verificar a resposta dinâmica em dois cenários: Sismo real (El Centro) e Sismo artificial com ressonância.

### 5.1. Respostas Dinâmicas nos Cenário 1 e 2

Os resultados obtidos para os dois cenários apresentam-se de forma resumida nas Tabelas 3 e 4, mostrando os valores de deslocamentos máximos ( $d_{máx}$ ), velocidades máximas ( $v_{máx}$ ), acelerações máximas ( $a_{máx}$ ), deslocamento relativo de cada pavimento ( $\Delta x$ ) e *drift ratio* ( $\Delta$ [%]).

Tabela 2. Resposta dinâmica e deslocamentos relativos dos pavimentos no cenário 1

Pavimento	d máx [m]	v máx [m/s]	a máx [m/s <sup>2</sup> ]	$\Delta x$ [m]	$\Delta$ [%]
0	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000
1	0,00355969	-0,06165716	1,92428469	0,00355969	0,09752576
2	0,01516710	-0,25808818	6,00198653	0,01160741	0,21142823
3	0,02191480	-0,36584195	7,62195551	0,00674770	0,17039644
4	0,02809354	0,47020232	-8,36640320	0,00618084	0,15608175
5	0,03434606	0,57914502	-9,59827200	0,00635329	0,16043653
6	-0,03970495	0,67797966	-10,48823326	0,00558624	0,14106674
7	-0,04493355	0,75606456	11,84116829	0,00522860	0,13203535
8	-0,04959570	0,81491579	13,25318722	0,00466215	0,11773114
9	-0,05373503	0,86342944	15,42698379	0,00413932	0,10452841
10	-0,05638428	0,89250475	17,45710785	0,00264925	0,06690038

Tabela 3. Resposta dinâmica e deslocamentos relativos dos pavimentos no cenário 2

Pavimento	d máx [m]	v máx [m/s]	a máx [m/s <sup>2</sup> ]	$\Delta x$ [m]	$\Delta$ [%]
0	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
1	0,006982	-0,106005	1,703686	0,006982	0,191300
2	0,029606	-0,450007	7,502283	0,022624	0,412092
3	0,042600	-0,647596	10,875543	0,012994	0,328129
4	0,054331	-0,823932	13,736840	0,011805	0,298102
5	0,066071	1,013875	16,299288	0,011963	0,302099
6	0,076321	1,180284	18,440494	0,010261	0,259126
7	0,085633	1,330892	20,455388	0,009312	0,235149
8	0,093627	1,462825	22,148225	0,007994	0,201869
9	0,100499	1,580641	-23,770817	0,006871	0,173521
10	0,104792	1,656645	-25,198066	0,004293	0,108420

No cenário do sismo real, verifica-se que há um incremento nos valores de deslocamento, velocidade e aceleração do térreo em relação ao último pavimento, identificando neste os valores mais expressivos. Contudo, no caso do deslocamento relativo, percebe-se que o maior valor é de 1,16 cm entre o 2º e o 1º pavimento, obedecendo os valores limites pré-estabelecidos por norma. Já no cenário do sismo artificial em ressonância, a mesma situação é observada, sendo que o deslocamento relativo apresenta o maior valor entre o 2º e o 1º pavimento com 2,26 cm.



## 5.2. Análise das Respostas Dinâmicas

Ao comparar as respostas em deslocamento constata-se que a maior amplitude ocorre no último pavimento em ambos os casos. No sismo real o deslocamento máximo é igual a 5,63 cm e no sismo artificial em condições de ressonância é 10,47 cm. Logo, evidencia-se o elevado risco de estabilidade da estrutura quando submetida a uma condição de ressonância, implicando em amplitudes com ordem de grandeza muito superiores ao outro cenário proposto.

Além disso, ao confrontar os resultados dos deslocamentos relativos dos pavimentos com os limites previstos na NBR 15421 (ABNT, 2006) percebeu-se que os valores de *story drift* se mantiveram dentro do estabelecido para os dois cenários no que diz respeito ao ELU (Estado Limite Último). Entretanto, quando avaliado em relação a análise ELS (Estado Limite de Serviço) da NBR 8800 (ABNT, 2008), os critérios para edifícios não foram atendidos. A primeira verificação foi feita pelo deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base  $H/400$ , onde  $H$  é a altura total do pilar (distância do topo do pilar à base do edifício). Assim, o limite estabelecido pela norma de 10,205 cm é superado no cenário com ressonância. Quanto ao deslocamento horizontal relativo entre dois pisos consecutivos, definido por  $h/500$ , onde  $h$  é a altura do andar, nota-se que os limites estabelecidos pela NBR 8800 não são obedecidos nos dois cenários em pelo menos um dos pavimentos da edificação.

Destaca-se, ainda, que a proposição do cenário 2 foi essencial para a compreensão da intensificação da excitação sísmica, quando esta apresenta frequência muito próxima da frequência fundamental da estrutura submetida ao carregamento dinâmico, pois configura a ocorrência do fenômeno de ressonância. Este agravamento pode ser constatado por meio do crescimento considerável que ocorreu nos valores das respostas dinâmicas da estrutura analisada, quando comparados ao cenário 1. Portanto, recomenda-se o estudo da implementação de sistemas de controle de vibrações, como, sistemas passivos, e.g., absorvedor de massa sintonizada (MAS), ou sistemas ativos.

## 6. CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido realizou uma análise dinâmica de um pórtico plano submetido à excitação sísmica. Para tanto, utilizou-se como carregamento dinâmico um sismo real e um sismo artificial (obtido pelo espectro de potência de Kanai-Tajimi com uma função envelope) de modo a simular o efeito de ressonância. Com o auxílio do desenvolvimento de uma rotina computacional em Python, empregou-se cada um dos carregamentos dinâmicos dos cenários propostos, permitindo o cálculo das respostas da estrutura a partir do Método de Integração de Newmark.

Buscando garantir a confiabilidade das respostas encontradas por meio da rotina computacional desenvolvida, empregou-se o *software* Abaqus para validar os resultados. Dessa forma, constatou-se a equivalência dos valores fornecidos pelo programa em relação à rotina utilizada. Quanto ao espectro de potência, observou-se que o sinal artificial estacionário obtido por Kanai-Tajimi obteve respostas na mesma ordem de grandeza do sinal real El Centro. Assim, a função envelope conseguiu atender a captura da máxima quantidade de energia possível no mesmo intervalo de tempo de ocorrência do registro real.

Por fim, após a realização deste trabalho destaca-se que as respostas dinâmicas encontradas consistem em uma simplificação do resultado real de uma estrutura. Nesta análise, desconsiderou-se as outras direções da propagação do sismo, o modelo de pórtico espacial, os efeitos da alvenaria nos pavimentos, a contribuição das massas das lajes, os núcleos de enrijecimento das escadas e dos elevadores, bem como a interação solo-estrutura. Entretanto, embora simplificado, o estudo



desenvolvido permitiu a compreensão do procedimento necessário para a análise dinâmica em estruturas submetidas a excitação sísmica, encontrando resultados satisfatórios.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- American Society of Civil Engineers (2016). Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures. ASCE/SEI 7-16. Reston, Virginia.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2006). Projeto de estruturas resistentes a sismos: Procedimento. NBR 8800. Rio de Janeiro.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2008). Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. NBR 15421. Rio de Janeiro.
- BOLOTIN, V. V. (1960). Statistical Theory of the Aseismic Design of Structures. Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering, Tokio.
- BRANDÃO, F. S. (2021). Otimização de atenuadores dinâmicos sincronizados para o controle de vibrações em edifícios submetidos à excitação sísmica. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- ELNASHAI, A. S. e SARNO, L. D. (2008). Fundamentals of Earthquake Engineering. John Wiley & Sons, United Kingdom.
- GHASEMI, S.H. e ASHTARI, P. (2014). Combinatorial continuous non-stationary critical excitation in M.D.O.F structures using multi-peak envelope functions. Earthquakes and Structures [Internet], v. 7, p. 895–908.
- GROEHS, A. G. (2012). Mecânica vibratória. 3. ed. UNISINOS, São Leopoldo, RS.
- HOANG, N., FUJINO, Y. e WARNITCHAI, P. (2008). Optimal Tuned Mass Damper for seismic applications and practical design formulas. Engineering Structures, v. 30, p. 707-715.
- KANAI, K. (1961). An empirical formula for the spectrum of strong earthquake motions. Bulletin Earthquake Research Institute, University of Tokyo, v. 39, p. 85-95.
- MIGUEL, L. F. F. (2005). Critério construtivo para o deslizamento com atrito ao longo da falha sísmica. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- SHINOZUKA, M. e JAN, C.-M. (1972). Digital simulation of random processes and its applications. Journal of Sound and Vibration, v. 25, p. 111-128.
- SORIANO, H. L. (2014). Introdução à Dinâmica das Estruturas. Elsevier, Rio de Janeiro.
- TAJIMI, H. (1960). A statistical Method of determining the maximum response of a building structure during na earthquake. Proceedings of 2nd World Conference in Earthquake Engineering, Tokyo, Japan, p. 781-797.
- VIBRATION DATE. (s.a). El Centro Earthquake Page. Disponível em: <<http://www.vibrationdata.com/elcentro.htm>> acesso em: 05/08/2021.