



## AVALIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA DE PÓRTICO PLANO DE AÇO SUJEITO A CARREGAMENTO GRAVITACIONAL E COM FLEXÃO EM TORNO DO EIXO DE MENOR INÉRCIA

### ASSESSMENT OF THE FAILURE PROBABILITY OF PLANAR STEEL FRAME UNDER GRAVITY LOADS AND MINOR-AXIS BENDING

Danilo L. S. Mapa (A) (1); Marcílio S. R. Freitas (2); Ricardo A. M. Silveira (3)

(1) Doutorando em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto - MG, Brasil.

(2) e (3) Dr. Prof., Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto - MG, Brasil.

Endereço para correspondência: danilomapa@gmail.com; (A) Apresentador

**Área temática:** Segurança, Funcionalidade e Confiabilidade Estrutural

#### Resumo

A confiabilidade estrutural de pórticos de aço pode ser quantificada através da avaliação da probabilidade de violação de seus estados limites. No presente trabalho, através de análise estrutural avançada (análise inelástica de segunda ordem) no programa computacional CS-ASA, o carregamento gravitacional de um pórtico plano de aço foi incrementado até ocorrer a violação do estado limite último de resistência conforme prescrições da norma ANSI/AISC 360-16. Foram obtidos para o pórtico plano de aço os carregamentos gravitacionais limites para duas situações de projeto: pilares fletidos em torno do eixo de maior inércia e pilares fletidos em torno do eixo de menor inércia. O método FORM (*First Order Reliability Method*) foi utilizado para avaliar as probabilidades de falha da estrutura para ambas as situações. A norma ANSI/AISC 360-16 permite o emprego nas análises estruturais avançadas do coeficiente de 0,90 para ponderação das propriedades do aço, não fazendo distinção se a flexão ocorre no eixo de menor ou de maior inércia nas estruturas de aço. A probabilidade de falha obtida na análise do pórtico com flexão em torno do eixo de menor inércia é ligeiramente maior do que a probabilidade de falha obtida para flexão em torno do eixo de maior inércia. Conclui-se que a análise avançada com o emprego do coeficiente de ponderação de 0,90 prescrito pela norma ANSI/AISC 360-16 resulta em níveis de segurança praticamente iguais, indiferente do eixo onde ocorre a flexão nos pilares, para o pórtico plano de aço analisado.

*Palavras-chave:* pórtico de aço; análise avançada; eixo de menor inércia; probabilidade de falha.

#### Abstract

The structural reliability of steel frames can be measured by the probability of limit state violations. In this research, through advanced structural analysis (second-order inelastic analysis), using the CS-ASA software, the gravitational loading of a planar steel frame was increased until the violation of the ultimate strength limit state, according to the ANSI/AISC 360-16 code. For the planar steel frame, the ultimate gravitational loads were obtained from two design situations: columns under minor-axis bending and columns under major-axis bending. The First Order Reliability Method (FORM) was used to evaluate the failure probabilities of the structure for both situations. The ANSI/AISC 360-16 code uses a factor of 0.90 applied to steel properties, regardless of whether the columns are under minor-axis or major-axis bending. The probability of failure obtained with the analysis of the steel frame with columns under minor-axis bending is slightly higher than the probability of failure obtained with the steel frame with columns under major-axis bending. Therefore, the advanced analysis using the factor of 0.90 prescribed by the ANSI/AISC 360-16 results in approximately equal safety levels, regardless of the axis where the bending occurs in the columns.

*Keywords:* steel frame; advanced analysis; minor axis bending; failure probability.



## 1. INTRODUÇÃO

A confiabilidade estrutural de pórticos de aço pode ser quantificada através da avaliação da probabilidade de violação de seus estados limites. São definidos como estados limites de uma estrutura situações a partir das quais ela apresenta desempenho inadequado às finalidades da construção (ABNT 2003). Segundo a norma ANSI/AISC 360 (2016), os estados limites podem: i) ser ditados por requisitos funcionais, como deflexões máximas; ii) estar relacionados ao comportamento estrutural, como a formação de uma rótula plástica ou mecanismo; e iii) representar o colapso total ou parcial da estrutura. As normas de projeto estrutural garantem que a probabilidade de violação de um estado limite é aceitavelmente pequena, através do emprego de combinações de ações e fatores de segurança consistentes.

Na avaliação dos estados limites, é possível empregar análise inelástica para determinação das respostas estruturais. De acordo com a norma ANSI/AISC 360-16, essa análise estrutural deve levar em consideração: i) as deformações de flexão, cisalhamento, axiais e de torção dos elementos estruturais, e todas as demais deformações de componentes e ligações que contribuam para os deslocamentos da estrutura; ii) efeitos de segunda ordem (incluindo  $P-\Delta$ ,  $P-\delta$  e efeitos de torção); iii) imperfeições geométricas; iv) reduções de rigidez devido à inelasticidade, incluindo escoamento parcial da seção transversal, que pode ser acentuado pela presença de tensões residuais; e v) incertezas nas resistências e rigidezes dos elementos e ligações (AISC 2016). O comportamento inelástico da maioria dos elementos estruturais é resultado principalmente das tensões normais longitudinais do elemento se igualando ao limite de escoamento do aço. Portanto, as tensões normais, produzidas pela força axial e momentos fletores nos eixos de maior e menor inércia, devem ser incluídas no cálculo da resistência plástica da seção transversal dos elementos (Chen e Atsuta 1976).

Os efeitos das tensões residuais podem ser incluídos diretamente em análises inelásticas de plasticidade distribuída (zona plástica) ou modificando os métodos de análise inelástica baseados em rótulas plásticas (plasticidade concentrada). Vale ressaltar que, em perfis submetidos à flexão em torno do eixo de menor inércia, o efeito das tensões residuais é mais pronunciado, visto que afeta mais as fibras extremas (Gonçalves *et al.* 2019). O escoamento parcial, que ocorre antes da formação de uma rótula plástica, pode reduzir a rigidez à flexão do elemento estrutural, resultando em redistribuição de esforços e aumento dos efeitos de segunda ordem. Este é o caso de perfis I fletidos em torno do eixo de menor inércia e, por isso, tal redução na rigidez precisa ser considerada na análise inelástica.

No presente trabalho, com a utilização de análise estrutural avançada (análise inelástica de segunda ordem) no *Computational System for Advanced Structural* (CS-ASA) programa computacional CS-ASA (Gonçalves 2013), o carregamento gravitacional de um pórtico plano de aço com seções transversais compactas do tipo I será incrementado até ocorrer a violação do estado limite último de resistência, conforme prescrições da norma ANSI/AISC 360-16. Serão obtidos para o pórtico plano de aço os carregamentos gravitacionais limites últimos para duas situações de projeto: i) pilares fletidos em torno do eixo de maior inércia; e ii) pilares fletidos em torno do eixo de menor inércia. O método *First Order Reliability Method* (FORM) de confiabilidade será utilizado para avaliar as probabilidades de falha do pórtico plano de aço para as duas situações. O objetivo da pesquisa é, portanto, comparar as probabilidades de falha obtidas para o pórtico plano de aço, pois se acredita que o fator de ponderação de 0,90 prescrito pela norma ANSI/AISC 360-16 é capaz de garantir confiabilidade estrutural aceitável para as duas situações examinadas.



## 2. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Na análise de confiabilidade estrutural, a máxima solicitação ( $S$ ) e a resistência disponível ( $R$ ) são modeladas por variáveis aleatórias. O objetivo da análise de confiabilidade é assegurar o evento ( $R > S$ ) durante toda vida útil da estrutura. A falha ocorre se  $R$  for menor do que  $S$ , o que é representado em termos de probabilidade como  $P(R < S)$ . Se ambas as variáveis aleatórias  $R$  e  $S$  possuem distribuição normal e são estatisticamente independentes, então a variável aleatória  $Z$  pode ser introduzida como  $Z = R - S$ . Então a Eq. 1 pode ser utilizada para definir a probabilidade de falha como:

$$P_f = P(Z < 0) = \int_{-\infty}^0 f_Z(z) dz = \Phi\left(\frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta_c) \quad 1$$

Sendo  $\beta_c$  o índice de confiabilidade de Cornell (1969) definido a seguir:

$$\beta_c = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad 2$$

Em sua implementação inicial, o índice de confiabilidade foi avaliado em função das médias e dos desvios-padrão da resistência e da solicitação máxima, como indicado na Eq. 2. Posteriormente, o índice de confiabilidade passou a ser obtido por métodos analíticos baseados em aproximações em séries de Taylor de primeira ordem (Método FORM).

### 2.1. Método analítico FORM

No Método FORM, as variáveis aleatórias  $U$ , cujas distribuições são quaisquer e podem ser dependentes entre si ou não, são transformadas em variáveis  $V$  normais padrão estatisticamente independentes, sendo a função de falha  $G(U)$  escrita no espaço das variáveis reduzidas (espaço  $V$ ) como  $g(V)$ . Depois disto, a superfície de falha definida por  $g(V) = 0$  é aproximada por uma superfície linear (ou hiperplano) no ponto com a menor distância até a origem, identificado como  $V^*$  (ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas). Uma das etapas desse método é a transformação das variáveis  $U$ , com distribuições quaisquer, em variáveis  $V$  normais padrão estatisticamente independentes. Utiliza-se comumente a transformação de Nataf (Melchers 1999) definida por:

$$V = (L)^{-1} \cdot (\sigma)^{-1} \cdot (U - m) \quad 3$$

Sendo:

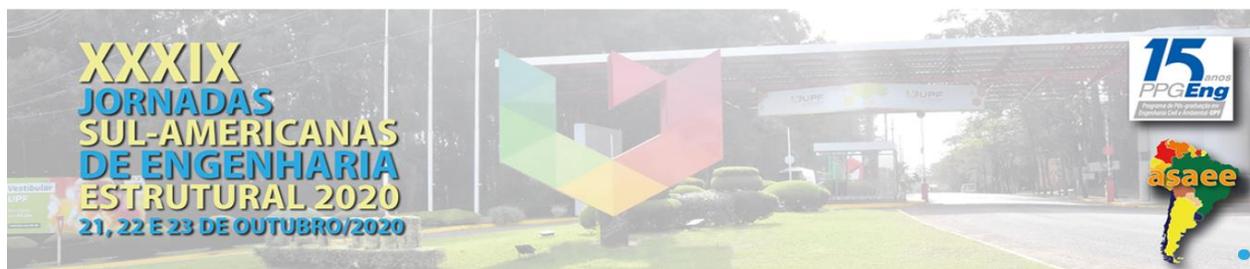
$m$  - vetor com as médias das variáveis  $U$ ;

$\sigma$  - matriz diagonal contendo os desvios padrão das variáveis  $U$ ;

$L$  - matriz triangular inferior obtida da decomposição de Choleski da matriz dos coeficientes de correlação de  $U$ .

Outra etapa importante do Método FORM é a busca ao ponto sobre a superfície de falha mais próximo à origem do sistema reduzido, denominado ponto de projeto  $V^*$ . Para encontrar o ponto de projeto, formula-se um problema de otimização  $P$  com uma restrição, tal que:

$$\begin{aligned} P: & \text{minimizar } |V| \\ & \text{Sujeito a } g(V) = 0 \end{aligned} \quad 4$$



Utiliza-se comumente o algoritmo denominado HLRF, desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e aprimorado por Rackwitz e Fiessler (1978), para resolução do problema de otimização apresentado pela Eq. 4. O processo iterativo gerado pelo algoritmo HLRF caminha em busca do ponto de projeto, resolvendo-se a seguinte equação:

$$V^{i+1} = \frac{1}{\|\nabla g(V^i)\|^2} \cdot [\nabla g(V^i)^T V^i - g(V^i)] \cdot \nabla g(V^i) \quad 5$$

Durante o processo iterativo determina-se o índice de confiabilidade  $\beta$  calculando-se a norma do vetor  $V^{i+1}$  e interrompe-se o processo quando a variação relativa do valor de  $\beta$  é inferior a uma tolerância estabelecida. De posse do índice de confiabilidade  $\beta$ , a probabilidade de falha pode ser obtida utilizando-se a Eq. 1.

### 3. ANÁLISE ESTRUTUTURAL AVANÇADA

No presente trabalho, para realização da análise estrutural avançada do pórtico plano de aço, foi adotado o CS-ASA desenvolvido por Silva (2009) em linguagem Fortran 95. O CS-ASA realiza análises numéricas avançadas estáticas e dinâmicas de estruturas baseado no método dos elementos finitos e foi utilizado para obtenção da carga limite que leva a estrutura ao colapso, considerando os efeitos da inelasticidade do aço e não linearidade geométrica do pórtico.

No CS-ASA encontra-se implementado o método da rótula plástica refinado para acompanhar o processo de plastificação do aço na análise estrutural avançada. No método da rótula plástica refinado, a consideração da plastificação do material é concentrada nos pontos nodais de cada elemento finito. Emprega-se, nesse método, o módulo tangente para considerar a degradação da rigidez em função da variação das forças internas. No CS-ASA foi implementada a equação para o módulo de elasticidade tangente do AISC (2005), no qual a degradação da rigidez da seção varia em função do esforço normal, sendo expressa por:

$$\frac{E_t}{E} = -2,7243 \frac{P}{P_y} \ln\left(\frac{P}{P_y}\right), \text{ se } P > 0,39P_y \quad 6$$

Como critério para definir o estado limite último de resistência da seção transversal, adotam-se superfícies de plastificação, que descrevem a interação entre esforço normal e momento fletor. No contexto do método da rótula plástica refinado, essas superfícies são responsáveis por definir o instante em que ocorre a formação da rótula plástica (plastificação total da seção). Neste trabalho foi empregada a superfície de resistência proposta por McGuire, Gallagher e Ziemian (2000), que avalia a interação entre esforço normal e momento fletor no eixo de menor inércia:

$$M_{pry} = M_{py} \cdot \sqrt{\left(-3p^6 + \sqrt{9p^{12} - 4(p^2 - 1)}\right)} / 2 \quad 7$$

Sendo:

$M_{pry}$  - momento plástico reduzido;

$M_{py}$  - momento de plastificação total da seção transversal;

$p$  - relação entre esforço normal solicitante e esforço normal resistente da seção transversal.



Para valores relativamente grandes de deslocamentos, a deflexão lateral de um membro pode levar ao aparecimento de momentos fletores adicionais devido à presença de um esforço normal. Esse comportamento é comumente chamado de efeitos de segunda ordem e são oriundos das deformações da estrutura à medida que é carregada. Para simular esses efeitos foram utilizadas as equações desacopladas de rigidez da formulação de elementos finitos linearizada proposta por Yang e Kuo (1994). Nas análises estruturais não lineares do pórtico foram utilizadas: formulação plástica refinada proposta por Liew, White e Chen (1993) presente no CS-ASA (Silva, 2009); estratégia de incremento constante do parâmetro de carga; estratégia de iteração a carga constante; fator de carga incremental fixado em 0,1% do carregamento total; e o método de Newton-Raphson padrão como estratégia de solução não linear. Cada elemento estrutural do pórtico foi discretizado em quatro elementos finitos.

#### 4. EXEMPLO NUMÉRICO

Neste exemplo foi investigada a segurança estrutural com relação ao estado limite último de colapso do pórtico plano de um andar apresentado na Figura 1, na qual são mostradas a geometria, o carregamento atuante e as condições de apoio. O pórtico é composto por perfis laminados americanos: perfis W12x58 (W310x86) para os pilares; e perfil W24x76 (W610x113) para a viga. Todos são feitos do mesmo material: aço com tensão de escoamento de 345 MPa; e módulo de elasticidade longitudinal igual a 200 GPa. Foi introduzida uma imperfeição geométrica inicial (desaprumo) angular igual a  $\Delta_0 = 1/500$  nos pilares (Figura 1), conforme recomendação das normas AISC 303-16 (2016) e AS4100 (1998), resultando em um deslocamento de 7,32mm no topo dos pilares. É assumido que o momento fletor resistente dos elementos estruturais seja igual ao momento de plastificação total da seção transversal, pois considera-se que a viga e os pilares são adequadamente contidos lateralmente e as seções transversais dos perfis são compactas. As ligações entre os elementos viga-pilar foram consideradas como rígidas.

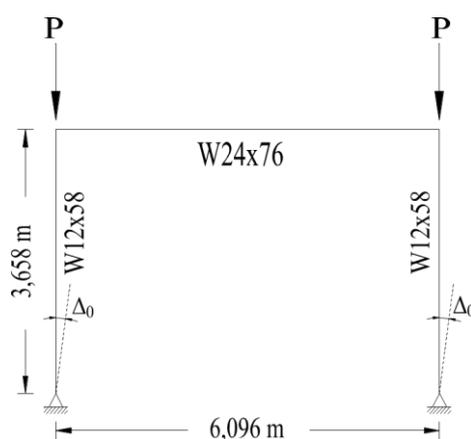
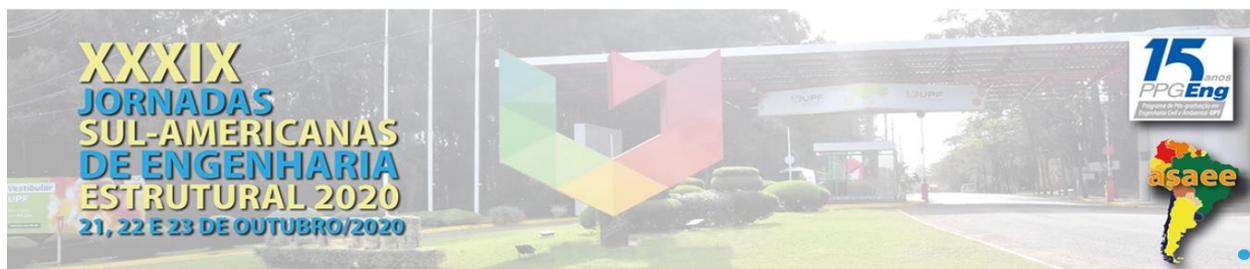


Figura 1 - Pórtico plano de um andar

Realizando a análise estrutural avançada do pórtico da Figura 1, conforme prescrições da norma AISC 360-16 (reduzindo a tensão de escoamento e módulo de elasticidade do aço através da multiplicação pelo fator de ponderação de 0,90), chegou-se aos seguintes valores para a carga máxima aplicada no topo dos pilares do pórtico:  $P = 2607 \text{ kN}$  quando ocorre flexão dos pilares em torno do eixo de maior inércia;  $P = 1169 \text{ kN}$  quando ocorre flexão dos pilares em torno do



eixo de menor inércia. Verifica-se que a carga suportada pelo pórtico é 2,23 vezes maior quando os pilares sofrem flexão em torno do eixo de maior inércia.

De modo a investigar os níveis de segurança do pórtico com relação ao estado limite último de colapso da estrutura, foram realizadas análises de confiabilidade considerando quatro variáveis aleatórias, cuja descrição estatística se encontra na Tabela 1. Foi considerado que a carga  $P$  aplicada no topo dos pilares (Figura 1) era resultado da seguinte combinação de ações entre carga permanente ( $D$ ) e carga variável ( $L$ ), sugerida pela norma ASCE 7-10 (ASCE 2010):  $P = 1,2D_n + 1,6L_n$ . Foi assumida a relação entre carga variável e carga permanente igual a 1,5, ou seja,  $L_n = 1,5D_n$ , valor típico segundo Ellingwood (2000).

Tabela 1 - Descrição estatística das variáveis aleatórias

Variável	Valor nominal	Valor médio	Coefficiente de variação (COV)	Distribuição	Referência
$D$ (kN)	$D_n$	$1,05.D_n$	0,10	Normal	Ellingwood <i>et al.</i> (1982)
$L$ (kN)	$L_n$	$L_n$	0,25	Ext. Tipo I	Ellingwood <i>et al.</i> (1982)
$E$ (GPa)	200,00	200,0	0,04	Lognormal	Bartlett <i>et al.</i> (2003)
$F_y$ (MPa)	345,00	379,5	0,06	Lognormal	Bartlett <i>et al.</i> (2003)

A Tabela 2 resume os resultados dos índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho e obtidos por Liu (2019) relacionados ao estado limite último de colapso do pórtico plano. Os índices de confiabilidade obtidos resultam em probabilidades de falha iguais a 0,187% e 0,347%, para os pilares fletidos em torno do eixo de maior inércia e menor inércia, respectivamente. Já os índices de confiabilidade obtidos por Liu (2019) resultam em probabilidades de falha iguais a 0,212% e 0,226%, respectivamente.

Tabela 2 - Índices de confiabilidade obtidos para o pórtico

Eixo onde ocorre flexão nos pilares	Índice $\beta$ (Presente trabalho)	Índice $\beta$ (Liu 2019)
Maior inércia	2,90	2,86
Menor inércia	2,70	2,84

A probabilidade de falha obtida na análise do pórtico com flexão em torno do eixo de menor inércia é ligeiramente maior do que a probabilidade de falha obtida para flexão em torno do eixo de maior inércia. Nesse trabalho, tal probabilidade de falha foi 1,9 vezes maior. Em contrapartida, Liu (2019) encontrou uma probabilidade de falha 1,1 vezes maior. Comparando os índices de confiabilidade obtidos com aqueles obtidos por outro autor, observa-se, na Tabela 2, que os índices de confiabilidade obtidos por Liu (2019) são próximos daqueles alcançados, resultando em probabilidades de falha da mesma ordem de grandeza.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por fim, foi possível conhecer o nível de confiabilidade ao se utilizar as prescrições da norma americana AISC 360-16 (2016) no projeto de um pórtico plano de aço. Os resultados mostraram que a probabilidade de falha obtida para o pórtico com flexão em torno do eixo de menor inércia é ligeiramente maior do que a probabilidade de falha obtida para flexão em torno do eixo de maior inércia.



O índice de confiabilidade alvo para elementos de aço sujeitos à flexão deve ser de no mínimo 2,6 para as combinações entre ações gravitacionais do ASCE-7 (Ellingwood, 2000). Os índices de confiabilidade obtidos para o pórtico nessa pesquisa e por Liu (2009) foram superiores à confiabilidade alvo ( $\beta > 2,6$ ).

Conclui-se que a análise avançada com o emprego do coeficiente de 0,90 para ponderação das propriedades do aço, conforme prescreve a norma AISC 360-16, resulta em níveis de segurança praticamente iguais e suficientes, indiferente do eixo no qual ocorre a flexão nos pilares, para o pórtico plano de aço analisado.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - Código de Financiamento 001, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e à Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), por todo apoio fornecido para o desenvolvimento dessa pesquisa.

## REFERÊNCIAS

ABNT (2003). *Ações e segurança nas estruturas - Procedimento*. NBR 8681. Rio de Janeiro, RJ.

AISC 303-16 (2016). *Code of standard practice for steel buildings and bridges*. American Institute of Steel Construction (AISC), Chicago, Illinois, EUA.

AISC 360-16 (2016). *Specification for Structural Steel Buildings*. American Institute of Steel Construction (AISC), Chicago, Illinois, EUA.

AISC (2005). *Specification for Structural Steel Buildings*. American Institute of Steel Construction. Chicago, Illinois, EUA.

AS4100 (1998). *Australian Standard AS4100 – Steel Structures*. Standards Australia, Sydney, NSW 2001, Australia.

ASCE 7-10 (2010). *Minimum design loads for buildings and other structures*. American Society of Civil Engineers. Reston, VA.

Bartlett, F. M., Dexter, R. J., Graeser, M. D., Jelinek, J. J., Schmidt, B. J. e Galambos, T. V. (2003). Updating standard shape material properties database for design and reliability. *Eng. J. AISC*, 40(1), 2–14.

Chen, W. F. e Atsuta, T. (1976). *Theory of Beam-Columns, Volume I: In Plane Behavior and Design, and Volume II: Space Behavior and Design*. McGraw-Hill, New York, NY.

Cornell, C. A. (1969). A Probability-Based Structural Code. *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 66, n. 12, p. 974-985.



Ellingwood, B. R. (2000). LRFD: Implementing structural reliability in professional practice. *Eng. Struct.*, 22(2), 106–115.

Ellingwood, B., Macgregor, J., Galambos, T. V. e Cornell, C. A. (1982). Probability Based Load Criteria: Load Factors and Load Combinations. *Journal of the Structural Division*, 108, 978–997.

Gonçalves, G. A. (2013). *Modelagem do Comportamento Inelástico de Estruturas de Aço: Membros sob Flexão em Torno do Eixo de Menor Inércia*. Dissertação (Mestrado em Ciências da Engenharia Civil) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG.

Gonçalves, G. A., Silveira, R. A. M., Silva, A. R. D. e Silva, J. L. (2019). Inelastic second-order analysis of steel columns under minor-axis bending. *REM - International Engineering Journal*, Ouro Preto, vol. 72, issue 3, p. 405-414.

Hasofer, A. M. e Lind, N. C. (1974). An exact and invariant first-order reliability format. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 100, p. 111-121.

Liew, J. Y., White, D. W. e Chen, W. F. (1993). Second-Order Refined Plastic-Hinge Analysis for Frame Design, Parts I and II. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 119, No. 11, pp. 3196-3237.

Liu, H. (2019). *System reliability calibrations for the Direct Design Method of planar steel frames with partially restrained connections*. Ph.D. Thesis, The University of Sidney, School of Civil Engineering.

McGuire, W., Gallagher, R. H. e Ziemian, R. D. (2000). *Matrix Structural Analysis*. John Wiley & Sons, 480 p.

Melchers, R. E. (1999). *Structural reliability analysis and prediction*. John Wiley & Sons, 2. ed., 431 p.

Rackwitz, R. e Fiessler, B. (1978). Structural reliability under combined random load sequences. *Computer and Structures*, v. 9, p. 489-494.

Silva, A. R. D. (2009). *Sistema computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG.

Yang, Y. B. e Kuo, S. R. (1994). *Theory & Analysis of Nonlinear Framed Structures*. Prentice Hall, 1. Ed., 450 p.